

MODELACIÓN INELÁSTICA DE EDIFICIOS DE CONCRETO CON DISIPADORES DE ENERGÍA HISTERÉTICOS

Juan Carlos Reyes* y Néstor R. Rubiano**

Resumen

En años recientes se han desarrollado nuevos métodos de diseño y rehabilitación sísmica de estructuras de concreto que consisten en la colocación de dispositivos disipadores de energía. Teniendo en cuenta que en el medio colombiano este tipo de sistemas de rehabilitación no es muy utilizado, en este trabajo se ilustran los conceptos más relevantes y se plantea una metodología de análisis y diseño. En particular, se enfatiza sobre disipadores de energía de fácil fabricación e instalación en nuestro país. Para tal efecto, se realizó un ensayo de laboratorio para definir las características de un dispositivo histerético metálico y se analizó su comportamiento e incidencia. Las metodologías se ilustran mediante el análisis de dos edificios instrumentados. La rehabilitación se llevó a cabo utilizando comparativamente dos estrategias: la rigidización con muros estructurales y la disminución de la demanda con disipadores de energía.

Palabras claves

Modelamiento inelástico, disipadores de energía, rehabilitación sísmica.

1. INTRODUCCIÓN

El material estructural más utilizado a nivel mundial para construcción de edificios es el concreto. Para diseño de edificios nuevos, su comportamiento sísmico se modela comúnmente de una manera simplificada como si fuera un material lineal elástico y la inelasticidad se tiene en cuenta reduciendo la demanda sísmica usando coeficientes de reducción de carga R relacionados con la capacidad de disipación de energía. Sin embargo, para la evaluación de la capacidad y comportamiento de edificios existentes, es necesario que el modelo matemático tenga en cuenta que el material cambia de resistencia y rigidez en la medida en que actúa la demanda sísmica y como estos efectos gobiernan la capacidad de disipación de ener-

gía real de la estructura. Recientemente, se han desarrollado métodos y criterios para la evaluación sísmica de edificios de concreto, incluyendo desde sofisticados modelos inelásticos dinámicos de computador hasta metodologías simplificadas cuasi-estáticas y/o semi-gráficas. El fin del diseño estructural es garantizar la seguridad y funcionalidad de las edificaciones. Sobre esta base se deben explorar técnicas de rehabilitación de las estructuras una vez detectadas sus vulnerabilidades. La técnica más común es reforzar y rigidizar la estructura, para lograr menores desplazamientos y menores exigencias sobre los componentes, con sistemas de muros estructurales, pórticos con diagonales, contrafuertes (muros estructurales exteriores), pórticos resistentes a momentos y muros es-

¹ Ing. Investigador, Dpto. Ing. Civil y Ambiental, Uniandes

² Ingeniero asociado de INGETEC S.A. Profesor de Ingeniería Civil, Universidad de los Andes.

tructurales con ranuras. Esta intervención cambia sustancialmente el comportamiento de la estructura y potencialmente altera su uso, reduce los espacios y funcionalidad, afecta el uso durante la reparación y puede tener costos altos de reparación. Además, el trabajo de rehabilitación puede ser difícil.

Una propuesta moderna de rehabilitación que resuelve muchos de los inconvenientes anteriores, consiste en cambiar las características dinámicas de la edificación usando sistemas de disminución de la demanda como amortiguadores, disipadores, aislamientos en la base, etc. Sin embargo, estos métodos no siempre pueden ser aplicados, ya que existen restricciones que impiden su uso indiscriminado. Para lograr soluciones racionales y económicas, se debe realizar un estudio cuidadoso de las variables aleatorias que intervienen como la amenaza sísmica, el tipo de suelo, la configuración estructural, la esbeltez de los elementos, los costos iniciales, los costos de mantenimiento, etc.

En este trabajo se desarrolla una metodología para la evaluación de estructuras existentes de concreto con el objeto de determinar la necesidad y alcance de su rehabilitación sísmica y seleccionar el método más adecuado de rehabilitación. En particular, se seleccionó un disipador pasivo de energía de fabricación, instalación y mantenimiento fáciles y económicos (adecuados al medio colombiano) y se analizó su comportamiento y efectividad. Para evaluar el desempeño de las metodologías de análisis inelástico, en este trabajo se llevó a cabo el modelamiento de dos edificios de concreto reforzado existente cuyo comportamiento sísmico fue medido durante un sismo real.

2. REHABILITACIÓN DE EDIFICACIONES USANDO DISIPACIÓN DE ENERGÍA PASIVA

En general un movimiento sísmico induce una energía en la estructura que se transforma en energía elástica de movimiento, energía elástica de deformación y energía disipada de forma tal que se cumple el balance de energía planteado en la Ecuación 1.

$$\int_0^u m \ddot{u}(t) du + \int_0^u c \dot{u}(t) du + \int_0^u k_s(u, \dot{u}) u du = - \int_0^u m \ddot{u}_g(t) du \quad (1)$$

La relación mostrada en la Ecuación 1, se presenta gráficamente en la Figura 1. Se puede apreciar la influencia de la incorporación de dispositivos disipadores de energía en la reducción de la energía histerética disipada en la estructura en forma de daño estructural.

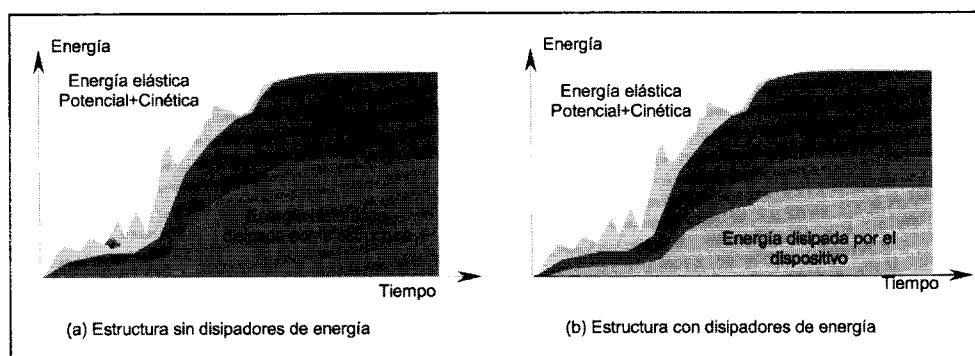


Figura 1. Balance de energía

La energía disipada en la estructura se puede presentar en forma de amortiguamiento viscoso, afectando directamente c , o en forma de amortiguamiento histerético, es decir daño es-

tructural modificando k_s (asociada con el área encerrada por los ciclos de histéresis). En las metodologías lineales [1] es común incluir tanto el amortiguamiento viscoso como el

histerético mediante una disminución en la demanda sísmica. El espectro de entrada sísmica es amortiguado al valor correspondiente de amortiguamiento viscoso intrínseco que oscila entre el 3% y el 7%; de forma tal que se omite c en el análisis espectral. El amortiguamiento histerético se incluye indirectamente mediante el coeficiente de disipación de energía (R), aceptando que al diseñar la estructura para fuerzas sísmicas inferiores sufrirá daño y de esta forma disipará la energía en exceso.

La rehabilitación de edificios usando disipación pasiva de energía busca incrementar el amortiguamiento de la estructura para reducir su nivel de daño y concentra el daño en puntos de fácil intervención. Ya que los disipadores pasivos reaccionan a los movimientos estructurales, su efectividad depende de la capacidad de deformación de la edificación. En una estructura muy rígida estos dispositivos no alcanzan a trabajar antes de producirse daño.

3. METODOLOGÍA DE ANÁLISIS

La metodología de análisis utilizada refleja el balance de energía de la Ecuación 1, planteado estática y dinámicamente. Para el análisis de la estructura sin disipadores de energía se utilizó el procedimiento estático no lineal y el procedimiento dinámico no lineal. En el procedimiento estático no lineal la energía histerética disipada por la estructura se tiene en cuenta mediante la disminución del espectro de demanda hasta un amortiguamiento viscoso equivalente y en el procedimiento dinámico no lineal la ecuación de equilibrio es resuelta paso a paso, por lo que se evalúa explícitamente la disipación de energía en la estructura. Para el análisis de la estructura con disipadores se utilizaron los mismos procedimientos pero con las adaptaciones necesarias para tener en cuenta el efecto de los dispositivos disipadores de energía.

Se debe tener en cuenta que para llevar a cabo la implementación de estos procedimientos es necesario conocer la cantidad de disipadores de energía que se colocarán por piso. Esto se realizó por medio del desarrollo de una metodolo-

gía simplificada que convierte la estructura a un grado de libertad equivalente para estudiar los efectos de la rehabilitación, y una vez elegido el nivel de comportamiento se refleja la reparación sobre el edificio. La simplificación más importante de esta idealización es suponer que la forma modal se mantiene en el rango inelástico. Con base en la bibliografía existente [2], se propone la siguiente metodología:

1. Convertir la estructura de varios grados de libertad a un grado de libertad equivalente. Para ello es necesario realizar un análisis "pushover" o un análisis no lineal contra el tiempo con una carga periódica de amplitud creciente. Las características del modelo equivalente se pueden calcular como:

$$\text{Desplazamientos: } x_r = \frac{\{\phi\}^T [M] \{\phi\}}{\{\phi\}^T [M] \{1\}} x_{\text{cubierta}} \quad (2)$$

$$\text{Masa: } M_r = \{\phi\}^T [M] \{1\} \quad (3)$$

$$\text{Amortiguamiento: } C_r = c \quad (4)$$

$$\text{Rigidez: } K_r = \frac{4\pi^2 M^*}{T^2} \quad (5)$$

$$\text{Fluencia: } V_{ry} = K_r \frac{\{\phi\}^T [M] \{\phi\}}{\{\phi\}^T [M] \{1\}} x_{\text{cubierta}} \quad (6)$$

donde, T es el periodo de la edificación, $\{\phi\}$ es la forma modal asociada a este periodo, $[M]$ es la matriz de masa, y c es el amortiguamiento intrínseco. Se puede verificar la eficiencia del modelo comparando los desplazamientos y derivas obtenidos con los registrados en los modelos inelásticos de varios grados de libertad. Es posible con el modelo de un grado de libertad evaluar las rigideces de piso (K_{pi}) como el cociente entre el cortante de fluencia y la deriva.

2. Introducir en el modelo un disipador de energía equivalente. Debido a que se desconocen sus características, se deben suponer diferentes disipadores hasta llegar al valor óptimo. Asignando varios conjuntos de características del disipador se pueden evaluar derivas, ductilidad demandada sobre la estructura y accio-

nes sobre los disipadores. Es posible realizar gráficas de deriva en cada piso contra características de los disipadores, ductilidad demandada en la estructura, demandas sobre los disipadores, periodo de la edificación y cortante por piso. Se debe elegir el punto de comportamiento de la estructura dependiendo de los criterios de aceptabilidad establecidos en las normativas y los valores de ductilidad demandada sobre la estructura existente.

2. Determinar las características de los disipadores en cada piso haciendo uso de las derivas de piso y convirtiendo el disipador equivalente en amortiguamiento viscoso, de forma tal que:

$$\frac{E_{DD}}{E_{SO\ DD}} = \frac{1}{E_{SO}} (E_{DD1} + E_{DD2} + \dots + E_{DDi} + \dots + E_{DDn\ pisos}) \quad (7)$$

Un método alternativo útil para edificios con disipadores dependientes del desplazamiento consiste en evaluar la rigidez de piso (K_{pi}^* = cortante fluencia / deriva fluencia) con el sistema de un grado de libertad rehabilitado y posteriormente evaluar las rigideces de disipadores requeridas por piso, así:

$$K_{disipador\ piso\ i} \approx K_{pi}^* - K_{pi} \quad (8)$$

4. Revisar la estructura con un modelo de varios grados de libertad.

4. APLICACIÓN DEL MÉTODO DE ANÁLISIS Y ESTUDIO EXPERIMENTAL

En investigaciones realizadas por los autores [3], la metodología de análisis se aplicó al estudio de rehabilitación de un pórtico de un vano ensayado en Japón [4], de un edificio a escala real (4 pisos) ensayado en Europa (Laboratorio

ELSA) y de un edificio instrumentado (15 pisos) localizado en Los Angeles (USA).

Teniendo en cuenta su facilidad de fabricación, su bajo costo y su excelente comportamiento se decidió utilizar para la reparación un disipador de energía histerético metálico. El dispositivo está fabricado con una platina de acero A36 de 3/16", a la cual se le han elaborado una serie de aberturas en forma de panal, con el fin de concentrar las deformaciones plásticas en la zona delgada (garganta) y absorber eficientemente la energía sísmica por deformaciones plásticas cíclicas (Ver Figura 3). La forma del dispositivo permite la plastificación de más del 50% de la longitud de la garganta. Este disipador fue utilizado en algunas investigaciones llevadas a cabo en Japón. Con el fin de conocer las propiedades del dispositivo se realizaron algunas pruebas de laboratorio. El modelo del disipador se elaboró a escala 1:2. El montaje experimental se presenta en la Figura 6. El modelo se ensayó en una máquina MTS la cual permite aplicar carga cíclica mediante deformación controlada. El desplazamiento aplicado tuvo una distribución armónica en el tiempo. En la Figura 3 se muestra la respuesta. A niveles de carga superiores la falla última en la muestra se produce por pandeo flexo-torsional.

El modelo matemático de los disipadores se verificó mediante el modelamiento de un pórtico de una luz con disipadores, ensayado por Kunisue et al en Japón [4]. A continuación se presentan algunos detalles de los casos de estudio analizados.

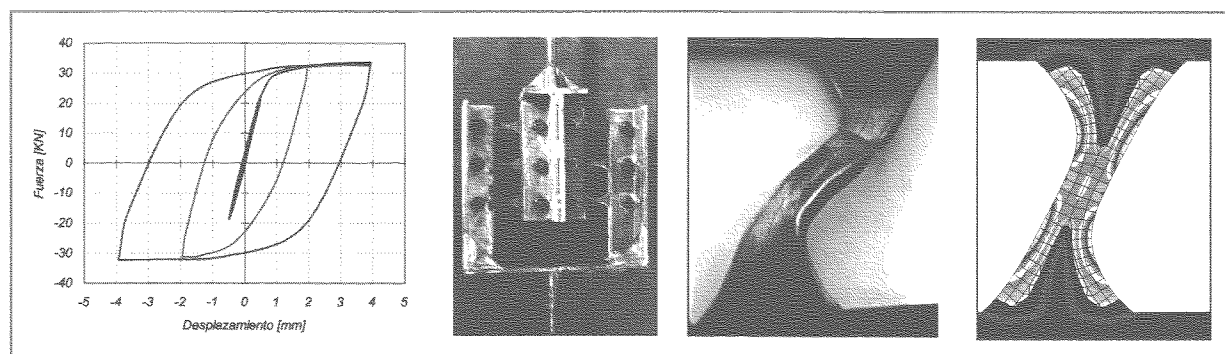


Figura 3. Resultados del ensayo

4.1. Edificio Sherman Oaks

Para ilustrar y verificar las metodología de análisis se eligió el edificio Sherman Oaks que es una construcción comercial de 15 pisos localizada en la ciudad de Los Angeles, Estados Unidos. La estructura posee una planta rectangular de 58.83 metros de longitud por 22.86 metros de ancho, donde se encuentran ubicados ocho (8) ejes de pórticos transversales separados 8.23 metros y dos (2) ejes de pórticos longitudinales separados 10.97 metros. El edificio tiene dos sótanos encerrados por muros de cortante. El edificio esta cimentado sobre zapatas con pilotes de concreto. En la Figura 4 se aprecia la fachada este. En el edificio se instalaron 15 acelerografos, los cuales registraron el sismo de Northridge. Se llevaron a cabo modelos elásticos e inelásticos del edificio existente elaborados con los programas SAP2000 [5] y DRAIN-2DX [6]. Estos modelos fueron sometidos al sismo de Northridge y su respuesta fue comparada con la registrada. En la Figura 5 se compara la respuesta de un modelo lineal elaborado en SAP2000 que contempla secciones rectangulares sin fisurar y otro realizado con secciones T fisuradas contra la respuesta registrada en la cubierta. Se observa que para el caso la respuesta de las secciones sin fisurar se tiene un alto grado de imprecisión y se pueden subestimar o sobrestimar los desplazamientos de la estructura.



Figura 4. Fachada Este

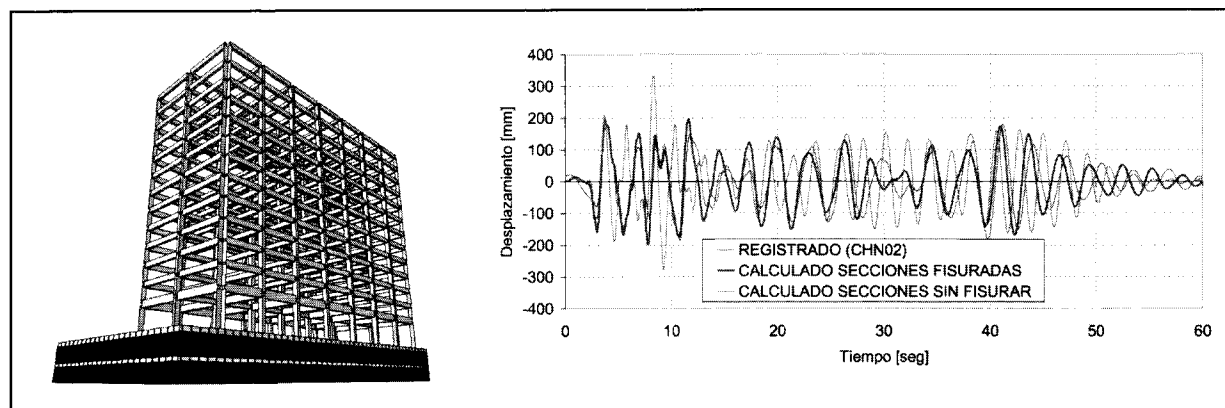


Figura 5. Desplazamientos transversales en la cubierta (modelos elásticos)

En el modelo dinámico no lineal elaborado con el programa DRAIN-2DX utilizando un elemento no degradante, se observó que la estructura tiene poco comportamiento inelástico y por lo tanto el comportamiento elástico inicial es dominante en la respuesta. En la Figura 6 se puede apreciar la secuencia de formación de rótulas plásticas. Los resultados analíticos coinciden aproximadamente con la descripción

cualitativa ya que se presenta un mayor nivel de daño en los pórticos exteriores.

En la Figura 6 se comparan los desplazamiento registrados en el edificio durante el sismo de Northridge con los desplazamientos calculados analíticamente a nivel de cubierta. Se observa que la estimación de algunos valores máximos es errónea, sin embargo el periodo de la estructura tiene una coincidencia aproximada.

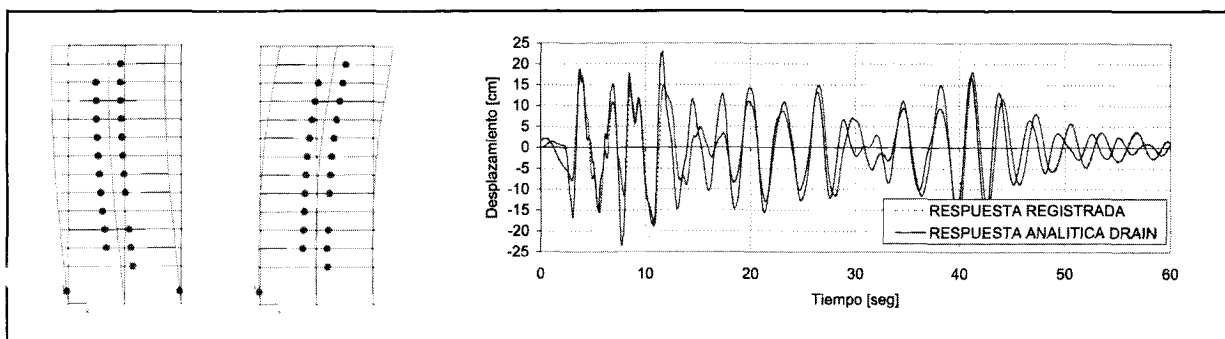


Figura 6. Rótulas plásticas y desplazamientos transversales en cubierta (modelos inelásticos – Northridge)

Para el análisis estático no lineal se utilizó el método del espectro de capacidad. Se pudo establecer que la estructura permanece casi elástica durante el sismo, por lo que el amortiguamiento equivalente es cercano a 0.0050 rad. El punto de comportamiento estimado se presentó a un desplazamiento de 23 cm. Para este desplazamiento las rotaciones plásticas en la estructura no exceden 0.0050 rad. Todo lo anterior coincide con un margen de error aceptable (10%), con lo estimado a partir del método dinámico no lineal.

Teniendo en cuenta las condiciones del suelo, es probable la presencia en superficie de sismos que han filtrado sus ondas de alta frecuencia por esto para plantear la rehabilitación de la edificación se elige el sismo de San Fernando ocurrido en Estados Unidos el 9 de febrero de

1971. A fines ilustrativos el edificio se revisa para el sismo de Kobe ocurrido en Japón en 1995. Los criterios utilizados para revisar la estructura para el sismo de San Fernando, serán los correspondientes al control de daño (ATC-40 [7] y FEMA-273 [8]). Los criterios utilizados para revisar la estructura rehabilitada para el sismo de Kobe, serán los correspondientes a la seguridad de la vida.

Teniendo en cuenta que la estructura existente no cumple con los requisitos anteriores, se procede a rehabilitarla con muros estructurales. Los resultados se resumen en la Tabla 1. Ilustrativamente se presenta en la Figura 7 la deriva que ocurre en el primer piso del edificio sin rehabilitar y del edificio rehabilitado para el sismo de Kobe.

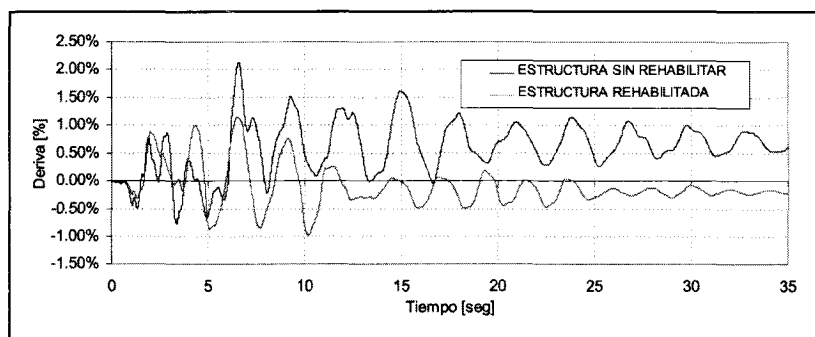


Figura 7. Derivas del primer piso – rehabilitación con muros

Comparativamente, se realizó la rehabilitación de la estructura mediante dispositivos disipadores de energía. Inicialmente se emplea la metodología no lineal dinámica simplificada para tener un acercamiento al comportamien-

to de la estructura rehabilitada y determinar aproximadamente la cantidad de dispositivos. La estructura fue convertida a un grado de libertad equivalente y sometida al sismo de San Fernando y Kobe. En la Figura 8 se compara la

respuesta del modelo simplificado de un grado de libertad y del modelo de múltiples grados de libertad de la estructura sin rehabilitar para el

sismo de Kobe. Se observan errores inferiores al 20% y una estimación conservadora del máximo.

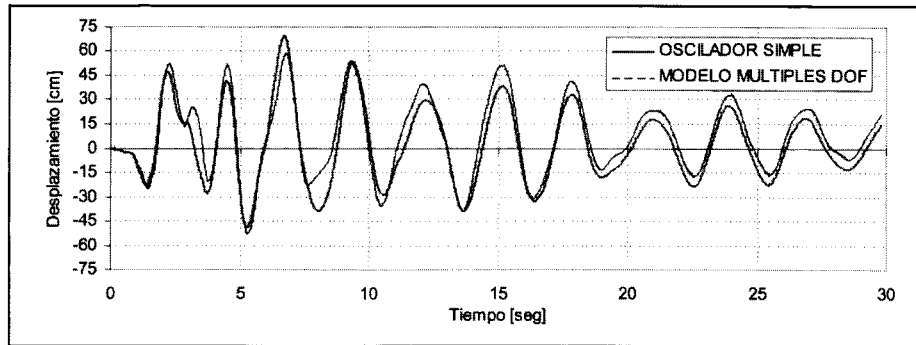


Figura 8. Comparación de desplazamiento en cubierta de la estructura sin rehabilitar(sismo de Kobe)

Con la cantidad de disipadores estimada se elaboran modelos rigurosos dinámicos no lineales y estáticos no lineales. En la Figura 9 se presenta comparativamente la respuesta del modelo rehabilitado de un grado de libertad equivalente y el correspondiente de múltiples grados de libertad para el sismo de Kobe. En la Figura 10 se presenta una comparación del ni-

vel de rotulación y la deriva máxima en el primer piso del modelo sin disipadores y con disipadores para el sismo de Kobe. Los resultados generales de los análisis realizados se presentan en la Tabla 1. Los costos asociados a las rehabilitaciones con muros y disipadores resultaron similares.

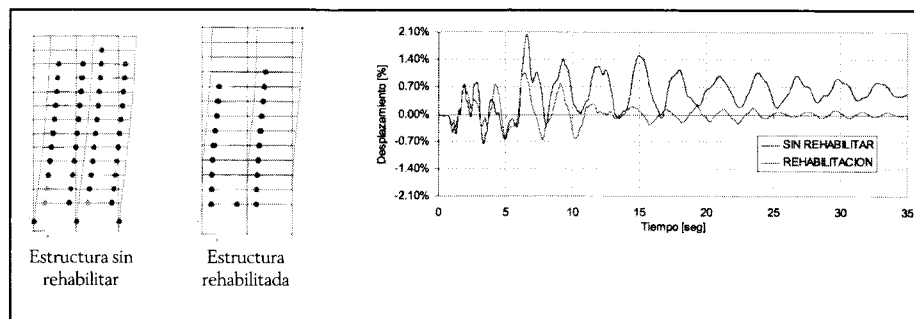
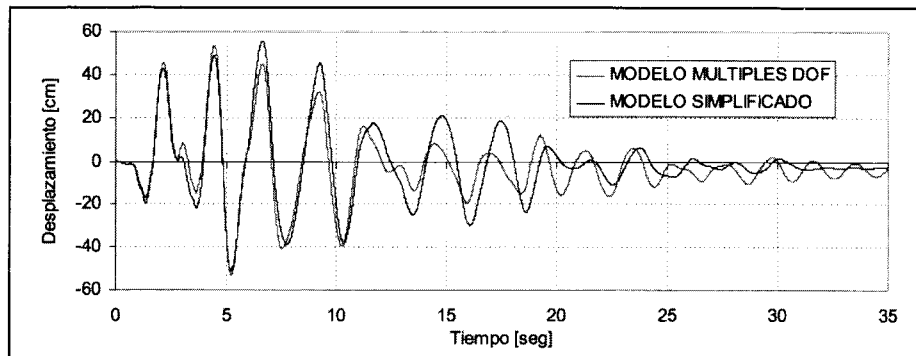


Figura 10. Nivel de rotulación y deriva del primer piso de la estructura rehabilitada con disipadores

Modelo	Sismo	Método estático no lineal		Método dinámico no lineal	
		Cortante [kN]	Desplaz. [cm]	Cortante [kN]	Desplaz. [cm]
Estructura original	Northridge	10 000	23	10 190	23.53
Estructura original	San Fernando	13 370	45	13 154	45.72
Estructura original	Kobe	14 900	64	17 800	58.52
Con muros	San Fernando	14 000	30	14 205	29.72
Con muros	Kobe	19 000	64	20 970	61.26
Con disipadores	San Fernando	15 916	22	12 706	22.43
Con disipadores	Kobe	19 306	52	23 033	53.34

Tabla 1. Resumen de los resultados - Edificio Sherman Oaks

4.2. Edificio Laboratorio ELSA

Como un segundo caso se desarrolla el estudio de rehabilitación de un edificio construido y ensayado por el laboratorio ELSA (European Laboratory for Structural Assessment, en inglés). La estructura posee una planta cuadrada de 10 metros de lado, donde se encuentran ubicados tres (3) ejes de pórticos transversales separados cuatro y seis metros y dos (2) ejes de pórticos longitudinales separados cinco (5.00) metros. En la Figura 11 se aprecia una vista general de la edificación.

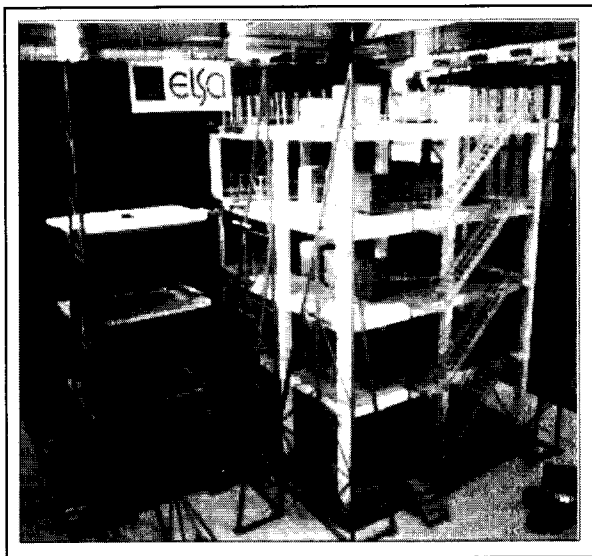


Figura 11. Vista general

Para realizar el modelamiento de la edificación y llevar a cabo su rehabilitación se eligió el sismo de Friuli ocurrido en 1976 y registrado en la estación Tomezzo. El registro original fue amplificado por un factor de 2.00 para tener condiciones más desfavorables en el comportamiento de la estructura. Los criterios utilizados para revisar la estructura rehabilitada para

el sismo de Friuli modificado fueron: no permitir rotaciones plásticas en las vigas superiores a 0.005 rad, no permitir daño en las columnas existentes y no permitir fallas frágiles en elementos.

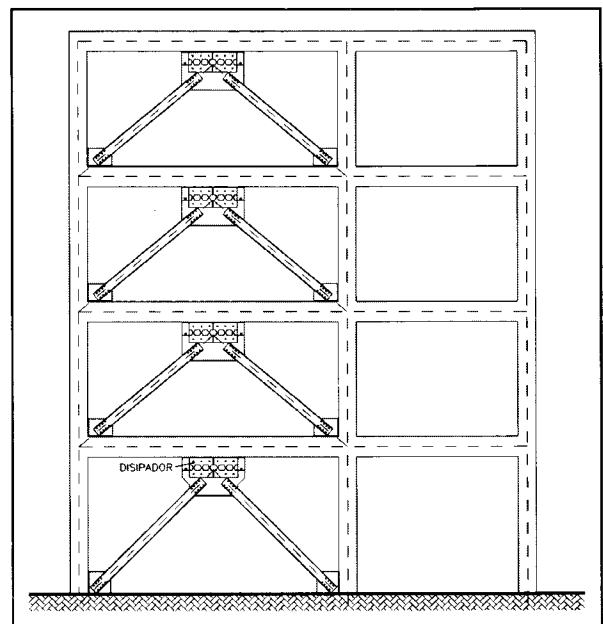


Figura 12. Pórtico rehabilitado

Se determinó que la estructura existente presentaba niveles de respuesta superiores a los límites de aceptabilidad y se procedió a realizar la rehabilitación con rigidización de la estructura y con disipadores de energía. A partir del análisis de la estructura con muros (IDARC-2D [9]) se estableció que la colocación de muros en un edificio de periodo bajo disminuye los desplazamientos pero eventualmente el nivel de daño no disminuye notoriamente, debido a que el aumento en rigidez incrementa también el nivel de fuerzas internas sobre algunos componentes. Para realizar el modelamiento de la estructura con disipadores se utilizó el

mismo procedimiento utilizado para la rehabilitación del edificio Sherman Oaks. La respuesta del modelo simplificado y del modelo con múltiples grados de libertad para la estructura sin rehabilitar se compara en la Figura 11. Con la cantidad de disipadores estimada se elaboran modelos rigurosos dinámicos no lineales y estáticos no lineales. En la Figura 12 se presenta una comparación del nivel de rotulación

en la estructura sin y con disipadores. En la misma figura se presenta comparativamente el desplazamiento máximo obtenido mediante el modelo simplificado y el modelo riguroso. Los resultados generales de los análisis inelásticos realizados se presentan en la Tabla 2. Los costos asociados a las rehabilitaciones con muros y disipadores resultaron similares.

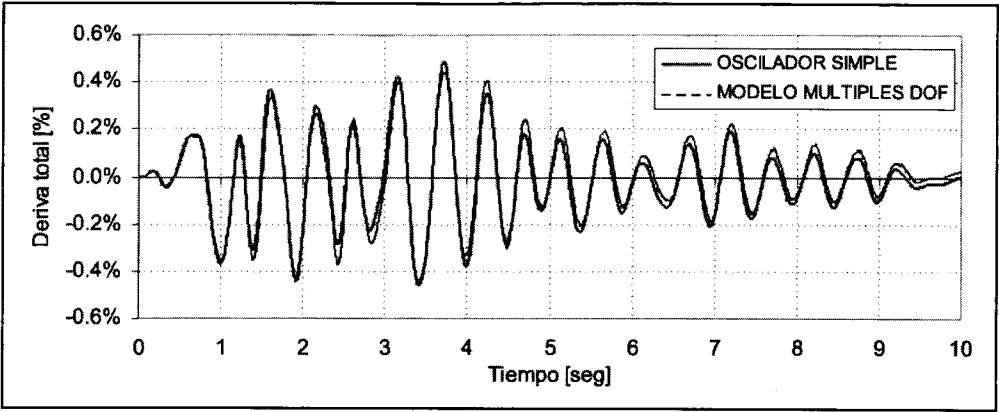


Figura 13. Comparación de desplazamiento en cubierta de la estructura sin rehabilitar

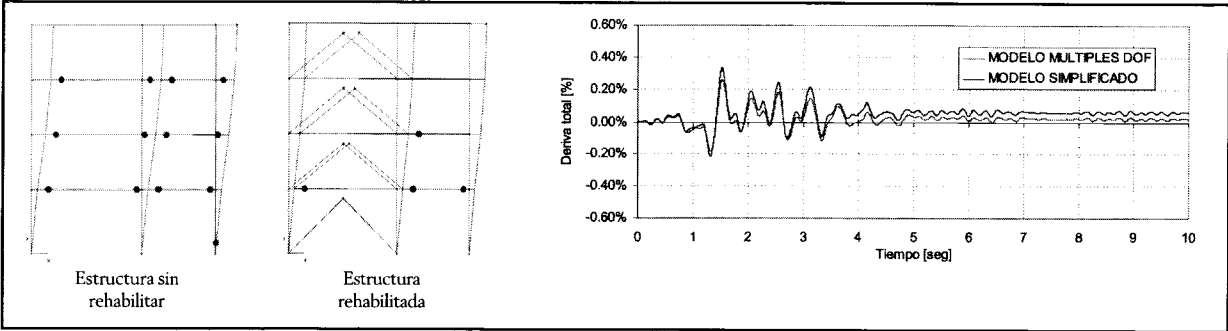


Figura 14. Comparación del nivel de rotulación y el desplazamiento en cubierta de la estructura con disipadores

Modelo	Sismo	Método estático no lineal		Método dinámico no lineal	
		Cortante [kN]	Desplaz [mm]	Cortante [kN]	Desplaz [mm]
Estructura original	Friuli	875	52	964.75	56.3
Con muros	Friuli	1470	24	1842.47	24.6
Con disipadores	Friuli	1465	28	1767.31	31.8

Tabla 2. CResumen de los resultados - Edificio ELSA

5. CONCLUSIONES

En este artículo se ilustraron los aspectos teóricos referentes a la reparación de estructuras y se describió una metodología de análisis aplicable a la rehabilitación de una estructura me-

diante dispositivos disipadores de energía. La aplicación de la metodología se llevó a cabo en la rehabilitación de estructuras con disipadores metálicos, definidos mediante pruebas de laboratorio. Para los casos específicos analizados

la metodología no lineal estática del ATC-40 presentó resultados aceptables, sin embargo, los resultados de este método pueden presentar diferencias inaceptables para edificios de periodos diferentes a los analizados. Para estos casos la metodología no lineal dinámica simplificada se podría utilizar para estimar el punto de comportamiento, con el inconveniente de tener que conocer los sismos representativos del sitio. Las rehabilitaciones con disipadores histeréticos dependen de múltiples variables que determinan su viabilidad. En primera instancia el aumento en rigidez que se presenta en la estructura cuando se incorporan estos dispositivos exige la existencia de columnas y cimentación capaces de soportar los sobreesfuerzos en carga axial. Cuando los edificios son muy rígidos la cantidad de dispositivos que se deben colocar es muy elevada, lo que puede no ser viable económicamente. De otro lado, no siempre es factible cumplir con determinados límites de aceptabilidad, porque en algunos casos la respuesta puede no converger a los desplazamientos o nivel de daño exigidos. Finalmente, el problema del mantenimiento de los disipadores de energía se encuentra aun sin resolver. No obstante lo anterior, la utilización de estos dispositivos presenta numerosas ventajas entre las que vale la pena resaltar: el impacto menor sobre la operatividad del edificio durante la rehabilitación, la limpieza de la construcción, la velocidad de construcción, la industrialización, la libertad arquitectónica y costos similares a los obtenidos cuando se incorporan muros estructurales.

6. REFERENCIAS

1. NSR-98. Norma Sismo Resistente. Bogotá. Asociación de Ingeniería Sísmica, Bogotá, Colombia. 1998.
2. Badillo H., Silva, F.L. y Ruiz, S.E. Sistemas de 1gdl equivalentes a marcos estructurales con disipadores de energía. XI National Conference on Structural Engineering. Monterrey, N.L., México. 1998.
3. Reyes, J. C. Modelamiento sísmico no lineal de estructuras de concreto con disipadores de energía, Tesis de magister, Universidad de los Andes, 2001.
4. Kunisue, A. et al. Retrofitting Method of Existing Reinforced Concrete Buildings Using Elasto-Plastic Steel Dampers. 12WCEE 2000. 12th World Conference on Earthquake Engineering. Auckland, Nueva Zelanda. 2000.
5. SAP2000 – Integrated Structural Analysis & Design Software, Computers and Structures Inc., Berkeley, California, USA, 1997.
6. Allahabadi, R. y Powell, G. H. *DRAIN-2DX User Guide*, EERC Report No. 88/06, University of California, Berkeley, 1988.
7. ATC-40. Seismic evaluation and retrofit of concrete buildings. Applied Technology Council. Redwood City, California, USA. 1996.
8. FEMA-273. NEHRP guidelines for the seismic rehabilitation of buildings. Washington, D.C.: Building Seismic Safety Council. USA. 1997.
9. Valles, R., Reinhorn, A., Kunnath, S., Li, C. y Madan, A. *IDARC2D Version 4.0: A Computer Program for the Inelastic Damage Analysis of Buildings*, Tech. Rep. NCEER-96-0010, National Center for Earthquake Engineering Research, State University of New York at Buffalo, 1996.