

Funciones volumen-demora BPR y cónica en vías multicarriles de Bogotá

Conical and the BPR Volume-Delay Functions for Multilane Roads in Bogota

Luis Márquez ⁽¹⁾, **Dominga Esperanza García** ⁽²⁾, **Lesly Carolina Guarín** ⁽³⁾

⁽¹⁾ Magíster en Ingeniería con énfasis en Transporte. Profesor Asociado, Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia. Tunja, Colombia. luis.marquez@uptc.edu.co

⁽²⁾ Ingeniera en Transporte y Vías, Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia. Tunja, Colombia. minga7_3@hotmail.com

⁽³⁾ Ingeniera en Transporte y Vías, Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia. Tunja, Colombia. ley98ca@gmail.com

Recibido 6 de octubre de 2014. Modificado 10 de diciembre de 2014. Aprobado 2 de febrero de 2015.

DOI: <http://dx.doi.org/10.16924/riua.v0i41.674>

Palabras clave

Modelos de demanda de transporte, asignación de tráfico, funciones volumen-demora.

Resumen

En el marco del enfoque clásico de modelación del transporte, la fase de asignación de tráfico es la encargada de estimar el patrón de flujos y a partir de este, mediante cálculos posteriores, son estimadas todas las medidas de desempeño del sistema, tales como el nivel de servicio y las externalidades. Este trabajo compara los parámetros estimados de funciones volumen-demora BPR y cónicas con datos tomados en seis vías multicarriles de Bogotá, encontrando rangos de valores recomendables y concluyendo que los valores tradicionalmente empleados para este tipo de funciones no son los mejores para explicar la congestión del entorno estudiado.

Key words

Travel demand models, traffic assignment, volume-delay functions.

Abstract

The last stage of classical transport modelling, known as the sequential model of the four steps, estimates the flow pattern of the system. Then, in a post-processing phase all measures of system performance such as the level of service and externalities are estimated. This paper compares the estimated BPR and conical volume-delay with data taken in six multi-lane roads in Bogota, finding ranges of recommended function parameters values. We concluded that the values traditionally used for these functions are not the best for explaining the congestion that occurs in the environment studied.

INTRODUCCIÓN

Los efectos concomitantes de la congestión vehicular están relacionados con mayores tiempos de viaje, pérdida de confiabilidad en la prestación de servicios de transporte, mayores consumos de combustible, incremento de las emisiones, mayores niveles de ruido, stress e incluso la dificultad de circulación para los vehículos que atienden emergencias. Para reducir estos efectos negativos las autoridades deben tomar decisiones sobre distintas alternativas de intervención, para lo cual deben enfrentar el reto de planificar el transporte (Santos et al., 2010).

Aunque sería ideal que las intervenciones propuestas por las autoridades fueran modeladas antes de su implementación, en la práctica se ve que las autoridades apropián varios estilos

de toma de decisiones que no siempre ocupan la modelación del transporte como herramienta de soporte (Ortúzar & Willumsen, 2011), bien sea por desconfianza acerca de la utilidad de los modelos, por falta de recursos para la modelación a gran escala (Hatzopoulou & Miller, 2009) o por las dificultades inherentes a la aplicación de los resultados (Short & Kopp, 2005). Desde esta perspectiva, nuevos conocimientos científicos o empíricos sobre los modelos de transporte que ayuden a obtener mejores resultados, podrían generar una mayor confianza en la modelación del transporte.

La manera tradicional de abordar el problema de la modelación del transporte consiste en suponer la existencia de tres macro-variables que se interrelacionan: sistema de actividades, sistema de transporte y patrón de flujos. La relación más

evidente es que el patrón de flujos depende tanto del sistema de transporte como de las actividades (Manheim, 1979). De esta manera, cualquier cambio que afecte al sistema de transporte o al sistema de actividades producirá una variación en el patrón de flujos. Analíticamente, el problema se aborda en dos etapas principales: en primer lugar, el escenario a evaluar se especifica matemáticamente como un conjunto de entradas que se utilizan para predecir el patrón de flujo, y, en segundo lugar, el patrón de flujo se utiliza para calcular una serie de medidas que caracterizan el escenario bajo estudio (Sheffi, 1985).

Tal vez el enfoque más utilizado para predecir el patrón de flujos sea el enfoque clásico de modelación del transporte, que se presenta como una secuencia de cuatro modelos: generación de viajes, distribución, reparto modal y asignación. Estos modelos predicen la magnitud de los viajes generados, los orígenes y destinos de esos viajes, los modos de transporte utilizados y las rutas seleccionadas. Si bien esta secuencia es la más común no es la única posible (Ortúzar & Willumsen, 2011), se puede, por ejemplo, ubicar el reparto modal antes de la distribución de viajes, lo que permite un mayor énfasis en las variables de generación; otro enfoque, basado en la maximización de la entropía, permite generar modelos de distribución y reparto modal de forma simultánea.

Lo cierto es que el modelo de asignación de viajes siempre estará al final de la secuencia, siendo importante resaltar ese hecho ya que se relaciona con la forma como se propagan los errores en el modelo general. Zhao & Kockelman (2002), al analizar la propagación de la incertidumbre del enfoque clásico de modelación del transporte, evidenciaron que el error del modelo tiende a amplificarse en los tres primeros pasos pero se reduce en la etapa de asignación. Esta etapa normalmente considera funciones de volumen-demora que actualizan los tiempos de viaje en la red de transporte con el fin de asignar el flujo vehicular de una manera tal que resulte consistente con el comportamiento de elección de ruta de los usuarios. Funciones tales como la BPR o la cónica tienen parámetros que el modelador debe calibrar para reflejar el comportamiento de elección de ruta de los usuarios, aunque en ocasiones resulta difícil encontrar los mejores parámetros (Foytik & Cetin, 2011).

La función de la BPR (Bureau of Public Roads, hoy Federal Highway Administration) es sin duda la más usada gracias posiblemente a su simplicidad. Spiess (1990) desarrolló la función cónica como una formulación alternativa viable a las funciones clásicas de tipo BPR. Uno de los argumentos principales para recomendar el uso de funciones cónicas es que los algoritmos de asignación convergen más rápidamente, sin embargo, su uso no ha sido generalizado debido a que el desarrollo de computadoras cada vez más rápidas ha hecho que los tiempos de ejecución de dichos algoritmos dejen de ser un factor crítico. La misma simplicidad de la función BPR ha llevado en muchos casos a emplearla con los valores estándar para alfa y beta de 0.15

y 4.00, respectivamente (FHA, 2014). Aunque es claro que estos valores no representan correctamente el desempeño de todas las tipologías de infraestructura vial. En lugar de tomar prestados parámetros de otros contextos puede ser mejor emplear parámetros calibrados con observaciones de campo para que las estimaciones de flujos tengan mayor validez.

La importancia de mejorar la estimación de los flujos tiene implicaciones en las estimaciones post-proceso que de allí se derivan (Bai et al., 2007), pues como lo indica Sheffi (1985) el patrón de flujo es el insumo para calcular una serie de medidas que caracterizan el escenario bajo estudio. Dichas estimaciones post-proceso están relacionadas con todos aquellos cálculos posteriores al proceso mismo de asignación, que toman como insumo los resultados básicos del modelo de asignación, tales como volúmenes, velocidades y relaciones volumen/capacidad para predecir medidas tales como el nivel de servicio, la contaminación, los cambios en el valor de la tierra, las medidas de bienestar, entre otras. De hecho, prácticamente todos los resultados esperados de un plan de transporte local (Shepherd et al., 2006) dependen de la modelación del patrón de flujos.

Por tal razón, el análisis de las funciones volumen-demora sigue siendo un tema de interés para la comunidad académica como se puede ver en los trabajos de Foytik & Cetin (2011), Chen et al. (2011), Thomas et al. (2012), Castillo et al. (2013) y Mtoi & Moses (2014), entre otros. Chen et al. (2011) discuten la implementación de un nuevo método de estimación de tiempo de viaje en un modelo de demanda regional, en el contexto de los modelos de asignación dinámica. Thomas et al. (2012) estudian las restricciones de las funciones volumen-demora al tratar de explicar el comportamiento de los usuarios en condiciones de tráfico heterogéneo, ya que al ser convertidos todos los vehículos a una unidad de vehículos equivalentes, los modelos no son capaces de considerar las asimetrías existentes entre distintas clases de usuarios, así que proponen funciones específicas para cada clase. Finalmente, Castillo et al. (2013) presentan una nueva familia de funciones volumen-demora, basadas en las tradicionales funciones BPR, para distintas condiciones de adelantamiento.

En el marco de la planificación del transporte basada en el modelo clásico secuencial de los cuatro pasos y específicamente en el contexto de la última fase de dicho modelo, este artículo analiza los resultados de la calibración de parámetros de las funciones BPR y cónica con base en información primaria de campo acopiada en cinco importantes avenidas de la ciudad de Bogotá: Norte, Boyacá, El Dorado, NQS y Las Américas. La hipótesis del trabajo es que los tradicionales valores de alfa y beta, o valores prestados de la función BPR no son apropiados para modelar infraestructuras viales del entorno colombiano pues el comportamiento de los conductores es diferente. También se pretende obtener evidencia empírica sobre el rango de valores más apropiado para modelar vías multicarriles en el entorno colombiano empleando funciones BPR y cónicas.

LAS FUNCIONES VOLUMEN-DEMORA

Los métodos de asignación de tráfico, que consideran la congestión, especifican el efecto de la capacidad de la infraestructura sobre los tiempos de viaje por medio de funciones volumen-demora o funciones de congestión, relacionando el tiempo de viaje de cada arco con el flujo. Habitualmente esas funciones multiplican el tiempo de viaje a flujo libre por una función en la que el volumen es normalizado al ser dividido entre la capacidad.

$$t = t_o \cdot f\left(\frac{v}{c}\right) \quad (1)$$

Donde,

- t : Tiempo de viaje del arco
- t_o : Tiempo de viaje a flujo libre
- v : Flujo sobre el arco
- C : Capacidad

Resulta interesante considerar el costo (tiempo) marginal, es decir, la contribución al tiempo total por la adición marginal de un vehículo al flujo. Este costo marginal se presenta en la ecuación (2), donde el primer término corresponde al tiempo medio del arco (t) y el segundo término adiciona la contribución marginal del tiempo sobre el flujo total. Este último término es considerado como un efecto externo y corresponde a los tiempos adicionales impuestos a los demás usuarios del arco cuando un nuevo usuario ingresa al sistema.

$$C_{mg} = t + v \frac{\partial t}{\partial v} \quad (2)$$

Las características deseables de cualquier función volumen-demora (Ortúzar & Willumsen, 2011; Spiess, 1990) son:

1. Los tiempos de viaje modelados deben ser lo suficientemente ajustados a la realidad.
2. La función $f(v/C)$ debe ser estrictamente creciente, condición necesaria para que el proceso de asignación converja en una única solución.
3. La primera derivada $\partial t/\partial v$ debe existir y también debe ser estrictamente creciente. Esta propiedad asegura la convexidad de la función, que si bien no es necesaria, es deseable.
4. La función debe permitir la existencia de una región de sobrecarga, es decir debe producir un tiempo de viaje grande cuando el flujo es mayor que la capacidad, ya que esta es una situación previsible en el corto plazo.
5. Por razones prácticas, $f(v/C)$ debe ser fácil de transferir de un contexto a otro. Entonces el uso de parámetros de ingeniería como la velocidad a flujo libre y la capacidad, entre otros, es deseable.

Ortúzar & Willumsen (2011) hacen un recuento histórico de las principales funciones de congestión utilizadas y presentan la formulación de las funciones de Smock (1962), Overgaard (1967), BPR (1964), Departamento de Transporte del Reino Unido (1976, 1985) y Akçelik (1991). Es fácil comprobar que todas esas formulaciones cumplen con las características antes anotadas.

LA FUNCIÓN BPR

Si se mantiene la misma notación empleada en (1), la forma general de la función BPR (1964) se puede escribir como sigue:

$$t = t_o \cdot \left[1 + \alpha \left(\frac{v}{c} \right)^{\beta} \right] \quad (3)$$

Siendo α y β los parámetros a calibrar de la función. La primera derivada de la función BPR es:

$$\frac{\partial t}{\partial v} = \beta t_o \alpha \left(\frac{v}{c} \right)^{\beta-1} \left(\frac{1}{c} \right) \quad (4)$$

Entonces, de acuerdo con (2) la función de costo marginal BPR es:

$$C_{mg} = t_o \left[1 + \alpha \left(\frac{v}{c} \right)^{\beta} (1 + \beta) \right] \quad (5)$$

LA FUNCIÓN CÓNICA

Con la misma notación ya utilizada, la función cónica se puede escribir así:

$$t = t_o \left[2 + \sqrt{\alpha^2 (1 - \frac{v}{c})^2 + \beta^2} - \alpha (1 - \frac{v}{c}) - \beta \right] \quad (6)$$

Donde α y β son los parámetros a calibrar, siendo α cualquier número mayor que 1 y β depende de α .

$$\beta = \frac{2\alpha - 1}{2\alpha - 2} \quad (7)$$

La primera derivada de la función cónica es:

$$\frac{\partial t}{\partial v} = \frac{t_o}{c} \left[\alpha + \frac{\alpha^2 \left(\frac{v}{c} - 1 \right)}{\sqrt{\alpha^2 (1 - \frac{v}{c})^2 + \beta^2}} \right] \quad (8)$$

Entonces, de acuerdo con (2), la función de costo marginal cónica es:

$$C_{mg} = t_o \left[2 - \beta - \alpha \left(1 - 2 \frac{v}{c} \right) + \frac{\alpha^2 \left(1 - \frac{v}{c} \right) \left(1 - 2 \frac{v}{c} \right) + \beta^2}{\sqrt{\alpha^2 \left(1 - \frac{v}{c} \right)^2 + \beta^2}} \right] \quad (9)$$

LA FUNCIÓN DE AKÇELIK

Las dos funciones anteriores tienden a subestimar las demoras en las intersecciones ya que están basadas en los atributos de los arcos. Así mismo, tienden a subestimar las demoras cuando la demanda está cerca o por encima de la capacidad del arco (Ortúzar & Willumsen, 2011). Akçelik (1991) sugirió una función que teóricamente aborda estas dos cuestiones mucho mejor. La ecuación toma en cuenta explícitamente las demoras causadas por la cola en la intersección, suponiendo que no hay cola al inicio del periodo y que no hay pico de demanda en el periodo de análisis (T).

$$t = t_0 + \{0.25T\} \left[(x - 1) + \sqrt{(x - 1)^2 + \frac{8J_A}{CjT} x} \right] \quad (10)$$

Donde, T es el periodo de modelación de flujo (típicamente 1 hora), Cj es la capacidad de la intersección, $x = v/Cj$ es el grado de saturación y J_A es un parámetro de demora. Si el flujo de saturación es C_s entonces $C_j = C_s g / y$, donde g es el tiempo de verde de la intersección y y es la longitud de ciclo. El parámetro de demora J_A toma valores más bajos en autopistas e infraestructuras con sistemas semafóricos coordinados, en tanto que los valores más altos son empleados en vías secundarias e intersecciones aisladas. Como se puede ver en Akçelik (1991) estos valores pueden variar entre 0.1 (autopistas) y 1.6 (vías con alta fricción) para periodos de análisis de 1 hora.

METODOLOGÍA

Fueron seleccionados seis tramos localizados en vías multicarriles de Bogotá: avenida Norte entre calles 185 y 187, avenida Boyacá entre calles 64F y 65A, avenida El Dorado sobre la carrera 66, avenida NQS sobre la estación Ricaurte y avenida Las Américas entre carreras 60 y 62. En cada uno de los intervalos observados se midió el tiempo y se contabilizó el flujo para conformar los pares de datos (t, v) que se emplearon en la calibración de modelos. Los parámetros estimados fueron examinados estadísticamente en forma individual, comprobando si los signos, magnitudes y significancia estadística eran adecuados o no. Se verificó el ajuste alcanzado por los dos modelos (BPR y cónico) mediante el estadístico R^2 que relaciona la proporción de

los errores observados con respecto al modelo teórico, y finalmente se hicieron comparaciones entre parámetros. Adicionalmente se hicieron comparaciones con una función BPR de parámetros $\alpha = 0.15$ y $\beta = 4.00$, y con una función Akçelik de referencia para vías arterias interrumpidas con parámetro de demora $J_A = 0.4$.

DESCRIPCIÓN DE LOS DATOS

Los datos se recopilaron durante el mes de abril de 2012, siempre haciendo las observaciones entre semana, los días martes, miércoles y jueves. En cada sitio seleccionado se hizo la filmación de un video de tres horas de duración, en el periodo comprendido entre las 6:30 y 9:30 de la mañana, esperando observar diferentes condiciones de tiempo y flujo. La reducción de datos se hizo en oficina y el procesamiento empleó software estadístico. En el caso de los tramos tomados sobre la avenida Boyacá, la toma de información se inició a las 4:30 de la mañana ya que en el periodo inicialmente previsto no se consiguió suficiente variación de los datos para calibración.

El periodo de filmación fue dividido en intervalos de 5 min, conformando así un total de 36 observaciones por avenida, tramo y sentido observados. Los datos observados son representativos de las condiciones imperantes durante días típicos, siendo previsible que el comportamiento de los conductores durante los fines de semana sea diferente y por lo tanto las observaciones realizadas no serían representativas de esos días. En general, se puede afirmar que los datos observados son representativos de los tramos observados y no de todo el corredor, pues las condiciones imperantes en otros tramos que no fueron observados pueden llegar a ser diferentes.

La Tabla 1 resume las principales estadísticas descriptivas de la variable dependiente, tiempo. Allí se encuentra, además de la media y la desviación, el rango de variación de los tiempos de viaje sobre cada uno de los tramos observados, lo que da una buena idea de la manera como cambió la variable de respuesta a lo largo del periodo de observación, encontrando suficiente variabilidad de las observaciones.

De manera análoga, la Tabla 2 muestra las estadísticas descriptivas básicas de la variable explicativa x , normalizada al dividir los volúmenes observados entre la capacidad de infraestructura. El rango de variación de las observaciones deja ver que en promedio, durante los periodos de menor demanda, el volumen vehicular se ubicó alrededor del 7% de su capacidad, situación que representa aceptablemente las condiciones de circulación a flujo libre.

TIEMPO A FLUJO LIBRE Y CAPACIDAD

La determinación del tiempo de viaje a flujo libre se hizo procesando los tiempos de aquellos vehículos que circulaban en condiciones de flujo libre, es decir, cuya velocidad no

Avenida	Sentido	No. tramo	Media	Desviación	Mínimo	Máximo
Norte	N-S	1	4,993	1,643	3,453	10,946
	S-N	2	5,591	2,271	3,701	16,097
Boyacá	S-N (Interior)	3	5,841	1,129	4,705	8,388
	S-N (Externo)	4	6,997	2,518	5,031	16,925
	N-S (Interior)	5	5,295	0,907	4,384	7,757
	N-S (Externo)	6	5,977	1,690	4,589	12,334
El Dorado	E-O	7	6,019	1,745	4,494	12,164
	O-E	8	6,237	1,562	4,529	10,594
NQS	S-N	9	4,922	1,896	3,618	14,215
	N-S	10	5,708	2,519	3,657	14,552
Las Américas	O-E	11	6,082	1,343	4,356	9,246
	E-O	12	6,757	2,028	4,751	15,969

Tabla 1. Estadísticas descriptivas de la variable dependiente, tiempo (seg).

Avenida	Sentido	No. tramo	Media	Desviación	Mínimo	Máximo
Norte	N-S	1	0,614	0,304	0,125	1,225
	S-N	2	0,636	0,294	0,100	1,161
Boyacá	S-N (Interior)	3	0,617	0,326	0,065	1,150
	S-N (Externo)	4	0,660	0,332	0,065	1,240
	N-S (Interior)	5	0,624	0,296	0,070	1,110
	N-S (Externo)	6	0,601	0,322	0,020	1,185
El Dorado	E-O	7	0,585	0,299	0,145	1,205
	O-E	8	0,598	0,304	0,065	1,180
NQS	S-N	9	0,591	0,292	0,090	1,190
	N-S	10	0,646	0,280	0,075	1,215
Las Américas	O-E	11	0,647	0,267	0,070	1,185
	E-O	12	0,626	0,328	0,010	1,205

Tabla 2. Estadísticas descriptivas de la variable independiente, x (v/c).

estaba afectada por la interacción del flujo vehicular. En todos los casos fue posible obtener una muestra representativa para calcular el percentil 85 de la velocidad y a partir de allí el tiempo de viaje a flujo libre, considerando una longitud constante de 100 m en cada tramo.

La determinación de la capacidad se hizo con base en el manual de la HCM (2010). Para tratar la presencia de tráfico mixto se expresó el volumen observado en vehículos equivalentes utilizando los siguientes factores de equivalencia: camiones, 2; buses, 1.5; motocicletas y bicicletas, 0.5. La Tabla 3 resume los parámetros representativos de cada tramo y sentido.

En la mayoría de los casos la presencia de autos fue superior al 50% del tráfico mixto total. En las avenidas Boyacá y

Américas se detectó una variación importante de vehículos de transporte público debido a la presencia de rutas intermunicipales de pasajeros. En cuanto a los camiones, en la avenida Boyacá se obtuvo una participación del 50%; en las avenidas Américas y NQS la presencia de camiones también fue notoria pero considerablemente menor. En general, las motocicletas exhibieron una mayor participación que camiones y buses.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

La Tabla 4 presenta para cada modelo los parámetros estimados, el valor de la distribución t-student (entre paréntesis) y el coeficiente de determinación R^2 . Todos los valores obtenidos

Avenida	Sentido	No. tramo	percentil 85 Velocidad (km/h)	$t_c(s)$	$C(v/h/carril)$
Norte	N-S	1	104.25	3.453	1,750
	S-N	2	97.26	3.701	1,750
Boyacá	S-N (Interior)	3	76.52	4.705	1,425
	S-N (Externo)	4	71.57	5.030	1,330
	N-S (Interior)	5	82.11	4.384	1,425
	N-S (Externo)	6	78.45	4.589	1,330
El Dorado	E-O	7	80.50	4.472	1,700
	O-E	8	79.70	4.517	1,700
NQS	S-N	9	99.52	3.617	1,815
	N-S	10	98.43	3.657	1,815
Las Américas	O-E	11	82.72	4.352	1,620
	E-O	12	75.78	4.751	1,620

Tabla 3. Tiempo a flujo libre y capacidad.

Avenida	Sentido	No. Tramo	BPR			Cónica	
			α	β	R^2	α	R^2
Norte	N-S	1	1.081 (24.4)	2.789 (11.6)	83.6	3.094 (9.8)	82.7
	S-N	2	1.234 (20.6)	3.177 (9.6)	79.7	3.941 (7.0)	75.1
Boyacá	S-N (Interior)	3	0.497 (21.0)	2.384 (8.8)	76.5	Sin ajuste	
	S-N (Externo)	4	0.915 (17.0)	3.101 (7.9)	73.5	2.994 (7.7)	63.2
	N-S (Interior)	5	0.471 (18.6)	2.285 (8.2)	75.0	Sin ajuste	
	N-S (Externo)	6	0.761 (24.5)	3.143 (11.6)	85.0	3.215 (9.4)	66.1
El Dorado	E-O	7	0.865 (26.6)	2.436 (13.5)	86.4	2.620 (11.8)	79.8
	O-E	8	0.854 (29.9)	2.097 (13.5)	87.6	2.587 (12.0)	81.1
NQS	S-N	9	1.032 (16.9)	3.505 (9.2)	75.9	3.972 (8.8)	75.9
	N-S	10	1.390 (22.6)	3.430 (12.3)	83.3	4.781 (8.2)	74.2
Las Américas	O-E	11	0.842 (23.3)	2.193 (11.0)	80.7	2.910 (11.8)	73.2
	E-O	12	0.857 (22.6)	2.300 (10.4)	80.0	2.027 (8.9)	77.4

Tabla 4. Parámetros estimados.

fueron razonables: en la función BPR $\alpha > 0$ y $\beta > 1$, y en la función cónica $\alpha > 1$; además todos los parámetros resultaron significativos al 1%. El ajuste general de los modelos BPR se ubicó entre 73.5% y 87.6%, mientras que los modelos cónicos dieron como resultado un ajuste entre 63.2% y 82.7%.

Las Figuras 1 y 2 muestran los ajustes conseguidos para los dos modelos, el eje horizontal fue normalizado como $x=v/C$, mientras que el eje vertical muestra la variable t observada. Los tramos han sido identificados por su número, guardando correspondencia con la información que ha sido presentada en las tablas precedentes. En ningún caso resultó mejor el ajuste de la función cónica, además se presentaron dos casos (ver tramos 3 y 5 de la Figura 2) en los que no fue posible estimar los modelos cónicos debido a falta de ajuste.

Se resalta el comportamiento de los tramos 3 y 5 de la figura 2, donde la curva teórica de la función cónica quedó por fuera de la nube de pares de datos observados. El hecho de no haber conseguido ajuste para estos tramos se puede explicar en la mayor rigidez del modelo cónico, pues al tener un solo parámetro (ya que β depende de α) se dificulta alcanzar el ajuste. Los dos tramos, al estar ubicados en los carriles interiores de la avenida Boyacá, comparten esa característica común que podría ayudar a explicar su comportamiento. Para tratar de conseguir ajuste en esos dos tramos se experimentó variando el tiempo de viaje a flujo libre, sin embargo en todos los casos se desmejoró el ajuste logrado para la función BPR.

En cuanto a la función BPR, salta a la vista que en todos los casos $\alpha > 0.15$ y $\beta < 4.00$, valores tradicionalmente

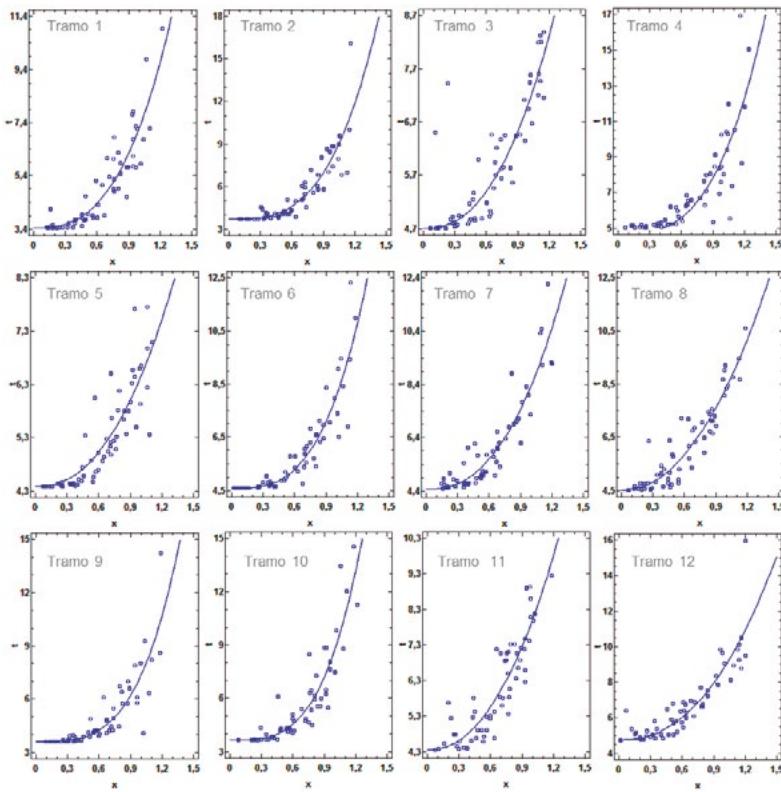


Figura 1. Curvas de ajuste de la función BPR

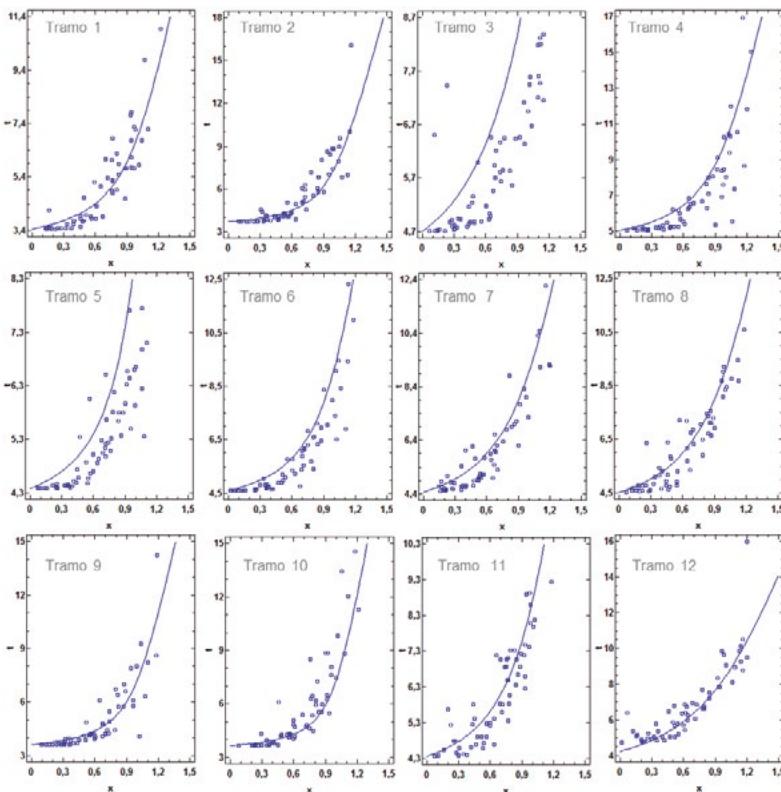


Figura 2. Curvas de ajuste de la función cónica

usados para describir esta función. El comportamiento de las estimaciones de α y β es similar al que encontró Horowitz (1991), ya a menor velocidad a flujo libre, menores valores de ambos parámetros fueron obtenidos. En vías con velocidad de 96 km/h, Horowitz (1991) había sugerido valores de 0.83 y 2.7 para α y β ; en nuestro caso, examinando los valores de las avenidas Norte y NQS, que son las de mayor velocidad observada, encontramos valores de α entre 1.032 y 1.390, y valores de β entre 2.193 y 3.505, no muy alejados de los valores de referencia. Estas similitudes indican que los resultados encontrados guardan correspondencia con los datos del manual de capacidad de carreteras (HCM) que Horowitz utilizó en sus calibraciones, así que los análisis de nivel de servicio serían consistentes con las estimaciones del modelo de asignación.

La implicación de haber encontrado $\alpha > 1$ es, como se ve en (3), la importante amplificación del efecto producido por $(v/c)^\beta$, lo que hace que el tiempo estimado de viaje crezca considerablemente cuando $v/c > 1$.

Las estimaciones de α en las funciones cónicas, al encontrarse en un rango entre 2.027 y 4.781, resultan muy similares a las de Horowitz (1991), cuyos valores oscilaban entre 1.9 y 4.3 para vías multicarriles. Sin embargo, se ve una diferencia importante con los resultados de Mtoi & Moses (2014), pues ellos encontraron valores ligeramente superiores a 1, con muy poca variación para tramos de características diferentes y, en la mayoría de los casos, con menores indicadores de ajuste de otros modelos. Es necesario advertir que los resultados de Mtoi & Moses (2014), al menos en cuanto a las funciones cónicas se refiere, deben ser objeto de una cuidadosa revisión pues haber encontrado $\alpha \approx 1$ en diferentes clases de infraestructura y entornos significa teóricamente que un mismo parámetro es capaz de ajustarse a diferentes condiciones.

Pruebas estadísticas de igualdad determinaron que se pueden presentar diferencias significativas entre los parámetros obtenidos para una misma infraestructura, tal como ocurrió con los valores de α de las avenidas Norte y NQS, precisamente las de mayor velocidad a flujo libre. Los valores de α no exhibieron diferencias significativas entre los dos sentidos evaluados de cada infraestructura observada, con excepción de la avenida Las Américas en donde se halló diferencia significativa al 99%. En general, los valores de β no exhibieron diferencias significativas.

Es claro que las dos funciones deben responder teóricamente a situaciones en las que la capacidad de la vía es excedida por el flujo, sin embargo son muy pocas las observaciones que se pueden tener cuando $v/C \gg 1$. De esta manera, las calibraciones son realizadas con un buen número de observaciones en las que $v/C < 1$, pero aun así se espera que los modelos respondan adecuadamente, incluso en aquellas situaciones de flujo extremo que se presentan en las iteraciones intermedias de los algoritmos de asignación. La respuesta de las funciones volumen-demora en esas situaciones de mayor flujo debe ser tal que la convergencia del modelo pueda ser alcanzada. Como las dos funciones estudiadas responden aceptablemente en las situaciones de flujo extremo, parece más recomendable el uso de las funciones BPR gracias al mejor ajuste conseguido en comparación con los resultados de la función cónica.

Finalmente, el ajuste del mejor modelo BPR para cada tramo fue comparado con una función BPR de parámetros $\alpha = 0.15$ y $\beta = 4.00$, y con una función Akçelik de referencia para vías arterias interrumpidas con parámetro de demora $J_A = 0.4$, tal como se ve en la Tabla 5.

Es obvio que el ajuste de la función BPR de parámetros $\alpha = 0.15$ y $\beta = 4.00$ sea inferior al ajuste conseguido con

Avenida	Sentido	No. Tramo	R^2		
			Mejor BPR	BPR $\alpha=0.15, \beta=4$	R^2 $J_A=0.4$
Norte	N-S	1	83.6	51.2	70.2
	S-N	2	79.7	56.8	57.5
Boyacá	S-N (Interior)	3	76.5	48.8	73.8
	S-N (Exterior)	4	73.5	44.2	50.5
	N-S (Interior)	5	75.0	55.9	66.9
	N-S (Exterior)	6	85.0	49.9	52.7
El Dorado	E-O	7	86.4	62.3	63.8
	O-E	8	87.6	61.4	69.3
NQS	S-N	9	75.9	37.9	36.7
	N-S	10	83.3	55.5	55.8
Las Américas	O-E	11	80.7	43.8	74.3
	E-O	12	80.0	55.8	82.4

Tabla 5. Comparación de R^2 con modelos de referencia.

los estimadores máximo-verosímiles del mejor modelo BPR. Por otra parte se encontró, para el rango de valores observados, que el modelo BPR de parámetros $\alpha = 0.15$ y $\beta = 4.00$ produce una significativa subestimación del tiempo de viaje en los arcos. Claramente esta situación tiene importantes implicaciones sobre los cálculos posteriores al proceso de asignación que, como se había discutido, toman como insumo las estimaciones del modelo (volúmenes y tiempos) para predecir medidas como el nivel de servicio, la contaminación, los cambios en el valor de la tierra, las medidas de bienestar, entre otras.

En el caso de la función Akçelik de referencia con parámetro de demora $J_A=0.4$, se encontró en la mayoría de los casos un mejor ajuste al realizar la comparación con la función BPR de parámetros $\alpha=0.15$ y $\beta=4.00$ e incluso en el tramo 12 (Las Américas E-O) el ajuste de esta función fue superior al de la mejor función BPR para dicho tramo. A diferencia de lo ocurrido con la función BPR de parámetros $\alpha = 0.15$ y $\beta = 4.00$, que siempre produjo una significativa subestimación del tiempo de viaje en los arcos, la función de Akçelik con parámetro de demora $J_A=0.4$ se ajustó mejor a los datos observados, produciendo estimaciones en algunos casos mayores y siempre con un mejor comportamiento con respecto a las observaciones de campo. Este comportamiento es consistente con la capacidad que tiene esta función para hacer frente a condiciones variables de flujo así como a los períodos de saturación, en los cuales $v/C > 1$.

CONCLUSIONES

Se hizo la estimación de parámetros de las funciones volumen-demora BPR y cónica con base en información de campo tomada en seis vías multicarriles de Bogotá. Ambas funciones explicaron satisfactoriamente el fenómeno de la congestión de las infraestructuras observadas puesto que la proporción entre los errores observados con respecto a los modelos teóricos dieron como resultado valores que en general superan el 70%.

En el caso de la función cónica, aunque teóricamente tiene dos parámetros como la función BPR, el hecho de que β dependa de α dificulta la obtención de mejores indicadores de ajuste. En consecuencia, con las observaciones de campo que fueron empleadas la función BPR siempre se ajustó mejor pues evidenció valores de R^2 superiores, además de la consistencia de parámetros y significancia de los estimadores.

La evidencia empírica permite concluir que los tradicionales valores de la función BPR, $\alpha = 0.15$ y $\beta = 4.00$, no son adecuados para modelar vías multicarriles del entorno colombiano, específicamente del caso Bogotá. Las implicaciones de utilizar estos valores tradicionales están referidas a la subestimación de los tiempos de viaje ya que se logró evidenciar que estos parámetros siempre producían tiempos menores a los estimados con el mejor modelo BPR para cada tramo. Además, la evidencia encontrada, que se considera

válida en tramos con características similares a las de los tramos estudiados, permite recomendar el uso de la función de Akçelik en lugar de la tradicional función BPR con parámetros $\alpha = 0.15$ y $\beta = 4.00$.

Los ajustes realizados con base en las observaciones de campo dieron como resultado los siguientes rangos de valores para la función BPR: $0.471 < \alpha < 1.390$ y $2.097 < \beta < 3.505$. Los resultados permiten sugerir además que, dentro de los rangos encontrados, deben ser elegidos valores de mayor magnitud en aquellas infraestructuras en las que la velocidad a flujo libre es mayor.

REFERENCIAS

- Akçelik, R. (1991). Travel time functions for transport planning purposes: Davidson's function, its time-dependent form and an alternative travel time function. *Australian Road Research* 21(3), 49-59.
- Bai, S., Nie, Y. & Niemeier, D.A. (2007). The Impact of Speed Post Processing Methods on Regional Mobile Emissions. *Estimation Transportation Research Part D: Transport and Environment*, 12(5), 307-324. doi: 10.1016/j.trd.2007.03.005
- Castillo, E., Calvino, A., Sanchez-Cambronero, S. et al. (2013). A Multiclass User Equilibrium Model Considering Overtaking Across Classes. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 14(2), 928-942. doi: 10.1109/TITS.2013.2247041
- Chen, X. L. et al. (2011). Implementation of a New Travel Time Estimation Method for Demand Forecasting Models. *Applied Mechanics and Materials*, (130-134), 3410-3415. doi: 10.4028/www.scientific.net/AMM.130-134.3410
- Federal Highway Administration (2014). *TMIP Email List Technical Synthesis Series 2007-2010*. Washington D. C.: Office of Planning, Environment, & Realty. Recovered from http://www.fhwa.dot.gov/planning/tmip/publications/other_reports/technical_synthesis_report/page13.cfm
- Foytik, P. & Cetin, M. (2011, January). *Using Genetic Algorithms to Estimate the Parameters of Volume Delay*. Presented at Transportation Research Board 90th Annual Meeting, Washington D.C., United States.
- Hatzopoulou, M. & Miller, E.J. (2009). Transport policy evaluation in metropolitan areas: The role of modelling in decision-making. *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, 43 (4), 323-338. doi:10.1016/j.tra.2008.11.001
- Horowitz, A.J. (1991). Delay-Volume Relations for Travel Forecasting, Based on the 1985 Highway

- Capacity Manual.* Washington, D.C.: Federal Highway Administration.
- Manheim, M. L. (1979). *Fundamentals of Transportation Systems Analysis, Volume 1: Basic Concepts*. MIT Press series in transportation studies, 10-57.
- Mtoi, E. & Moses, R. (2014). Calibration and Evaluation of Link Congestion Functions: Applying Intrinsic Sensitivity of Link Speed as a Practical Consideration to Heterogeneous Facility Types within Urban Network. *Journal of Transportation Technologies* 4(2), 141-149. doi: 10.4236/jtts.2014.42014
- Ortúzar, J. D. & Willumsen, L. G. (2011). *Modelling transport. 4th edition*. Chichester: John Wiley & Sons.
- Santos, G., Behrendt, H. & Teytelboym, A. (2010). Part II: Policy instruments for sustainable road transport, *Research in Transportation Economics* 28 (1), 46-91. doi:10.1016/j.retrec.2010.03.002
- Sheffi, Y. (1985). *Urban Transportation Networks: Equilibrium analysis with mathematical programming methods*. New Jersey: Prentice-Hall Inc.
- Shepherd, S.P., Timms, P.M. & May, A.D. (2006). Modelling requirements for local transport plans: An assessment of English experience. *Transport Policy*, 13 (4), 307-317.
- Short, J. & Kopp, A. (2005). Transport infrastructure: Investment and planning. Policy and research aspects. *Transport Policy* 12 (4), 360-367.
- Spiess, H. (1990). Conical Volume-Delay Functions. *Transportation Science*, 24(2), 153-158. doi:10.1287/trsc.24.2.153
- Thomas, J., Srinivasan, K. K., Arasan, V. T. (2012). Vehicle class wise speed-volume models for heterogeneous traffic. *Transport*, 27 (2), 206-217. doi: 10.3846/16484142.2012.697442
- Zhao, Y. & Kockelman, K. M. (2002). The propagation of uncertainty through travel demand models: an exploratory analysis. *Annals of Regional Science*, 36 (1), 145-163. doi: 10.1007/s001680200072